Ejercicio 1. Considere el cuadrado unitario q se muestra en la figura adjunta. Sea W el conjunto de todos los vectores de la forma $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, donde $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.Eesto es, W es el conjunto de todos los vectores cuya cola està en el origen y su cabeza es un punto interior al cuadrado, o sobre sus lados. ¿Es W un subespacio de R^2? Explique.

Què me dan?

*Un vector en R^2, de la forma $\vec{w} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$con: $0 \leq x \leq 1, Y, 0 \leq y \leq 1$.

Què me piden?

*Comprobar si W es un subespacio vectorial de R^2.

Plan

*Comprobar la propiedad de los subespacios, para analizar la clausuratividad de la suma vectorial y el producto punto.

Ejecuciòn

$$\text{Sea: } \vec{u} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, y, \vec{v} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}, a = \mathbb{R}$$

$$\vec{u} \oplus \vec{v} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}; a \odot \vec{u} = a \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{ax}_1 \\ \mathrm{ay}_1 \end{bmatrix}$$

$$a \odot \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \right) = a \odot \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{ax}_1 + \mathrm{ax}_2 \\ \mathrm{ay}_1 + \mathrm{ay}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(x_1 + x_2) \\ a(y_1 + y_2) \end{bmatrix}$$

$$\left(a \odot \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \right) \oplus \left(a \odot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \mathrm{ax}_1 \\ \mathrm{ay}_1 \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} \mathrm{ax}_2 \\ \mathrm{ay}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{ax}_1 + \mathrm{ax}_2 \\ \mathrm{ay}_1 + \mathrm{ay}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(x_1 + x_2) \\ a(y_1 + y_2) \end{bmatrix}$$

Ejemplo 1.

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, y, \vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{u} \oplus \vec{v} = \begin{bmatrix} 1 + 1 \\ 1 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}; \text{entonces: } 2 > x.$$

Respuesta: W no es un subespacio vectorial de R^2.

Fuente:Algebra Lineal. Sección 6.2, ejercicio 4, pagina 287.